FUNDACION PAFRA EL ESTUDIO DEL PENSAMIENTO ARGENTINO
E IBEROAMERICANO – FEPAI

CELEBRACIÓN DEL DÍA MUNDIAL DE LA LÓGICA 2024

PROGRAMA

Mensaje oficial de la UNESCO

Jorge Alfredo Roetti
Cuestiones actuales de Lógica

1. ***Cuestiones de fundamento***
2. ***Notas introductorias a la lógica cooperativa***
(Sobre su libro homónimo, 2014)

Declaración de la UNESCO

La capacidad de pensar es una de las características más definitorias de la humanidad. En diferentes culturas, la definición de humanidad está asociada a conceptos como conciencia, conocimiento o razón. En la tradición occidental clásica el ser humano se define como animal “racional” o “lógico”. La lógica, como investigación sobre los principios del razonamiento, ha sido estudiada por muchas civilizaciones a lo largo de la historia y, desde sus primeras formulaciones, ha desempeñado un papel importante en el desarrollo de la filosofía y las ciencias. A pesar de la innegable utilidad de la lógica para el desarrollo del conocimiento, la ciencia y la tecnología, el gran público no tiene muy clara su importancia. La proclamación de un día mundial de la lógica por parte de la UNESCO, en asociación con el Consejo Internacional de Filosofía y Ciencias Humanas (CIPSH), responde a la voluntad de llamar la atención de los círculos científicos interdisciplinares y del gran público sobre la historia intelectual, la importancia teórica y las repercusiones prácticas de la lógica.

> "En los albores de esta nueva década, la lógica es una disciplina más vital que nunca para nuestras sociedades y economías. La informática y la tecnología de la información y la comunicación, que estructuran hoy en día nuestros modos de vida, se basan por lo tanto en el razonamiento lógico y algorítmico",

El hecho de establecer a escala planetaria y con carácter anual la celebración dinámica de un día mundial de la lógica tiene por objetivo fomentar la cooperación internacional, promover el desarrollo de la lógica, tanto en la investigación como en la enseñanza, apoyar las actividades de asociaciones, universidades y demás instituciones cuya labor guarda relación con el tema y mejorar el conocimiento que tiene el gran público de la lógica y del modo en que esta influye en la ciencia, la tecnología y la innovación. Además, la celebración de un día mundial de la lógica puede contribuir también a la promoción de una cultura de paz, diálogo y entendimiento mutuo, cimentada en el avance de la educación y la ciencia.

> "La inteligencia artificial, cuyos avances sin precedentes constituyen una revolución tecnológica e incluso antropológica, se basa en el razonamiento lógico. Mediante la definición del primer instrumento normativo mundial sobre la ética de la inteligencia artificial, la UNESCO se ha comprometido a proporcionar un marco ético para esta innovación de la lógica".

Audrey Azoulay
Directora General de la UNESCO

Jorge A. Roeti

Cuestiones de fundamento

:Daré un panorama de mi libro Jorge *Cuestiones de fundamento*, Buenos Aires, Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, 2014, 302 pp.

Hay ejemplares disponibles en papel en la biblioteca de esa Academia, y en su página web, ciencias.org.ar, se encuentra la versión electrónica completa, libremente disponible.

Su título ya indica que no se trata estrictamente de un libro de lógica, aunque gran parte de su contenido consista en problemas de la misma lógica, de sus fundamentos y de sus distintas variantes. Con ello se intenta proporcionar algunos métodos de fundamentación de tesis y teorías de diversas ciencias, su clasificación y los límites de su fundamentación, como también el problema de en qué medida son fundables muchas tesis filosóficas, especialmente las de carácter gnoseológico, metafísico y ético.

El libro comienza caracterizando a la razón en sentido amplio como el **medio** que intenta fundar la verdad o al menos la verosimilitud de enunciados que hablan de ciertos objetos o estados de cosas, de la lógica como sistema incompleto –en ciertos dominios incompletable – de reglas de argumentación, y especialmente del diálogo cooperativo, la estructura dialéctica cuyo fin es someter a examen la verdad – o al menos la verosimilitud – de las creencias. El libro comienza tratando el tema de la verdad, sus diversas concepciones, sus relaciones, y las críticas y dificultades de dicha noción. Luego discutimos en problema de la verosimilitud y sus problemas de fundamento, una clasificación de los enunciados y de sus objetos, sean **artefactos** o **no–artefactos**, con ejemplos que provienen especialmente de la matemática. Posteriormente estudiamos aspectos de la teoría de juegos, en particular de los juegos retóricos y sus clasificaciones, centrándonos en las estructuras del *discurso oracular*, la *polémica* y el *diálogo cooperativo*. Le sigue a esto el estudio de las condiciones de posibilidad de cada una de esas estructuras. De las tres nos centramos en las condiciones necesarias del diálogo cooperativo, por ejemplo la *brajylogía*, la *relevancia* y la *homología*. El núcleo de esta discusión se encuentra ya en los diálogos platónicos *Gorgias* y *Protágoras*. Un tema importante del desarrollo es la de los silogismos en sentido amplio, que damos continuación:

Principio general del silogismo *(lato sensu)* (**ps**): Sea un conjunto de enunciados $\mathbf{E}$ y un subconjunto $\mathbf{H} \subseteq \mathbf{E}$ de premisas, y un enunciado $\boldsymbol{c} \in \mathbf{E}$ que es la conclusión. El "paso" de $\mathbf{H}$ a $\boldsymbol{c}$ ($\mathbf{H} \Rightarrow \boldsymbol{c}$) es un silogismo cuando, bajo el supuesto de que todas las premisas de $\mathbf{H}$ tengan algún fundamento (y por lo tanto también lo tenga $\mathbf{H}$, lo que abreviamos $\mathbf{f}(\mathbf{H})$), se sigue que $\boldsymbol{c}$ también tiene un fundamento, que abreviamos $\mathbf{f}(\boldsymbol{c})$. Si la existencia de un fundamento para $\mathbf{H}$ implica un fundamento para $\boldsymbol{c}$, entonces el paso $\mathbf{H} \Rightarrow \boldsymbol{c}$ es un silogismo *lato sensu*. Lo simbolizamos así:

(**ps**) Si $\mathbf{f}(\mathbf{H})$ implica $\mathbf{f}(\boldsymbol{c})$, entonces $\mathbf{H} \Rightarrow \boldsymbol{c}$.

Estos silogismos admiten dos niveles para las reglas de paso que son "reglas de fundamentación mínima", que especifican al principio general del silogismo en dos grandes formas de "reglas silogísticas". Éstas son las siguientes:

Una regla de paso o fundamento suficiente '$\vdash$' es una "regla **fuerte** de fundamento mínimo" (**rffm**) cuando su conclusión '$\boldsymbol{c}$' conserva el grado de fundamento $\mathbf{q}$ de la **premisa menos fundada** de su colección de premisas '$\mathbf{H}$' (esto lo simbolizamos así: $\boldsymbol{mf}(\mathbf{H})$). En símbolos:

(**rffm**) $\mathbf{H} \vdash \boldsymbol{c}$, donde $\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{mf}(\mathbf{H})$.

Una regla de fundamento insuficiente ‘$\mid\!\sim$’ es una “*regla* ***débil*** *de fundamento mínimo*” (**rdfm**), porque su conclusión tiene a lo sumo un grado de fundamento igual o menor al de la premisa menos fundada de su colección de premisas ‘**H**’ ($\boldsymbol{mf}(\mathbf{H})$). En símbolos:

(**rdfm**) $\mathbf{H} \mid\!\sim \boldsymbol{c}$, donde $\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) \leq \boldsymbol{mf}(\mathbf{H})$.

La **regla fuerte de fundamento mínimo** tiene una regla de paso suficiente $\vdash$ que dice que el grado de fundamento de la conclusión $\boldsymbol{c}$ conserva el grado de fundamento de la premisa mínimamente fundada $\boldsymbol{h_i}$ del conjunto de premisas **H**. La **regla débil de fundamento mínimo**, con una regla de fundamentación insuficiente $\mid\!\sim$, dice que el grado de fundamento de la conclusión $\boldsymbol{t}$ es menor o a lo sumo igual al grado de fundamento de la premisa mínimamente fundada de las premisas **H**: ($\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) \leq \mathbf{mf}(\mathbf{H})$). Estas reglas de fundamentación mínima caracterizan toda lógica posible y, por supuesto, toda tarea de fundamentación indirecta.

Una diferencia entre la fundamentación perfecta e imperfecta concierne a la regla de monotonía: si $\mathbf{H} \subseteq \mathbf{I}$ y $\mathbf{H} \vdash \boldsymbol{c}$, entonces $\mathbf{I} \vdash \boldsymbol{c}$. Ésta vale en los sistemas con regla fuerte, pero no con regla débil de fundamento mínimo.

Los grados de fundamento de los enunciados son muchos. Aquí sólo mencionamos los principales, que son:
(1) *suficientemente fundado* (**sf**), cuando un enunciado supera toda objeción posible y es por lo tanto infalible, como en los casos de la *nóesis* y la *episteme* platónicas, y las demostraciones matemáticas y lógicas habituales, entre otras.
(2) *insuficientemente fundado* (**if**), cuando su fundamentación es falible. Entre estas últimas **if** las más importantes son las *bien fundadas* (**bf**), es decir, aquellas que, aunque sean falibles, hasta el momento han superado todas las objeciones propuestas.
En muchas ciencias naturales abundan estos enunciados, como en el caso de la física. En las ciencias humanas también existen, pero son menos abundantes. En ellas hay enunciados fundados, pero generalmente no dan cuenta de todas las objeciones presentes.

El núcleo del libro se encuentra en el capítulo quinto, que trata las formas de la razón, las del fundamento y sus grados – perfecto e imperfecto–, de las formas dialécticas y científicas del silogismo, lo que nos conduce al sistema de las ciencias y posteriormente al estudio de algunas reglas falaces. Estos resultados permiten distinguir entre formas de ciencia según el grado de fundamento de sus hipótesis y de sus reglas de paso, lo que da lugar a una clasificación de las ciencias según el esquema siguiente, que aquí presentamos en una forma simplificada:

Clasificación de las ciencias según el fundamento

(**sc4**) $_{\mathbf{sf}}\mathbf{H} \vdash {}_{\mathbf{sf}}\boldsymbol{c}$,
$\mathbf{q}(c) = \mathbf{q}(\mathbf{H}) = \mathbf{sf}$
(Ciencia aristotélica demostrativa o epistéemee clásica)

(**rffm**)

(**sd2**) $_{\mathbf{sf}}\mathbf{H} \mid\!\sim {}_{\mathbf{if}}\boldsymbol{c}$,
$\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) < \mathbf{q}(\mathbf{H}) = \mathbf{sf}$
(Ciencia dialéctica fuerte)

(**sc3**) $\mathbf{H}({}_{\mathbf{if}}h_i) \vdash {}_{\mathbf{if}}\boldsymbol{c}$,
$\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) = \mathbf{mf}(\mathbf{H}) = \mathbf{if}$
(Ciencia popperiana hipotética)

(**rdfm**)

(**sd1**) $\mathbf{H}({}_{\mathbf{if}}h_i) \mid\!\sim {}_{\mathbf{if}}\boldsymbol{c}$,
$\mathbf{q}(\boldsymbol{c}) \leq \mathbf{mf}(\mathbf{H}) = \mathbf{if}$
(Ciencia dialéctica débil)

(No ciencia)
Argumentación coloquial
Retórica
Sofística

La relación deductiva va, como de costumbre de arriba abajo. Las relaciones conversas son ciertamente inválidas.

Las fundamentaciones de los tipos (**sc4**) y (**sc3**) agotan las inferencias científicas en sentido popperiano. Las de tipo (**sc4**) caracterizan la ciencia aristotélica y son la especie fuerte de las fundamentaciones popperianas en sentido estricto o (**sc3**). Lo que aquí denominamos "ciencia popperiana" es en verdad una generalización de lo que Popper llamó ciencia en su lógica de la investigación científica, para la que utilizó los conceptos de contrastación, corroboración y falsación estrictos, que generalizamos.

Las fundamentaciones de los tipos (**sd2**) y (**sd1**) admiten tesis con reglas de paso imperfectas. Éstas abundan en todas las ciencias y sobreabundan en las llamadas ciencias humanas, pero también se dan en la matemática, la física y en otras ciencias naturales, en las que abundan las inducciones falibles o no matemáticas, las argumentaciones probabilistas y estadísticas, las correlaciones, las analogías, etc. Muchas conjeturas matemáticas tienen fundamentaciones parciales del tipo (**sd2**), como la aparentemente sencilla conjetura de Christian Goldbach fuerte, o la conjetura de Bernhard Riemann sobre la función z con sus ceros no triviales y la distribución de los números primos, etc. Hay muchísimas conjeturas que parecen triviales, pero para las que no se ha encontrado solución.

Más allá de las cuatro formas de fundamentación de arriba y sus especificaciones, hay muchas otras formas retóricas que parecen ser fundamentaciones, aunque no lo sean. En sus formas más groseras desembocamos en pseudo–argumentaciones sofísticas. Por otra parte, a diferencia de las reglas de paso de los silogismos científicos (**sc4**) y (**sc3**), que no se pueden debilitar, las reglas para silogismos dialécticos (**sd2**) y (**sd1**) admiten debilitamientos sucesivos que dan lugar a una zona de vaguedad intermedia entre la ciencia dialéctica y la retórica, por lo que en muchos casos será difícil precisar los límites de la ciencia, los comienzos de la argumentación retórica, e incluso los inicios de la sofística. En el esquema de arriba hemos colocado esa zona de vaguedad entre ciencia y no ciencia debajo de (**sd1**). Ésta inicia en la ‘argumentación coloquial’, que incluye desde las argumentaciones cotidianas serias y de buena voluntad, sigue con la retórica en general – especialmente política y religiosa – y se desmorona en la sofística.

La gran ventaja de la ciencia aristotélica y popperiana es que en ellas no hay lugar para la sofística, especialmente porque sus reglas de paso no admiten grados en su fundamentación, ni nuevas reglas que los tengan. En cambio las ciencias dialécticas (**sd2**) y (**sd1**) admiten grados de fundamentación en las reglas de paso, con lo que puede llegar el momento en que ya tengamos poca confianza en la fundamentación y no estemos en condiciones de asegurar que aún nos encontramos en un dominio discursivo que merezca el nombre de “ciencia”. Ese es el destino de las ciencias con reglas de paso falibles: que los límites entre ciencia, coloquio no científico, retórica y sofística no son precisos. Ésta diferencia entre las ciencias popperianas y dialécticas no sólo es interesante, sino que parece más informativa que la diferencia habitual entre ciencias duras y ciencias blandas, una diferencia valorativa, que no precisa claramente qué se mienta con ella.

Se suele admitir que una ciencia es “dura” cuando está matematizada, pero eso no es muy preciso, porque a veces los instrumentos matemáticos formales de muchas teorías científicas que se dicen “duras” son bastante simples y no muy exigentes. No obstante el predicado “ciencia dura” se considera prestigioso, en tanto que el de “ciencia blanda” quita prestigio. En cambio la clasificación de arriba no es prescriptiva, sino que presenta las diferencias estructurales de los procesos de fundamentación de las tesis científicas. Así es posible advertir que las conjeturas matemáticas, al no estar demostradas, pertenecen al dominio de enunciados insuficientemente fundados, lo que no parece convenir a lo usualmente se denomina una ciencia dura.

Hemos sobrepasado la mitad del libro. El tiempo disponible nos obliga a prescindir de muchos desarrollos. Por eso queremos terminar exponiendo la idea de los diálogos de fundamentación entre un proponente **P** y un oponente **O** de Lorenzen y Lorenz, dejando de lado la crítica de los principios clásicos de la lógica y sus ámbitos de validez, los límites de la crítica popperiana a la inducción falible, la fortaleza de la fundamentación de algunas tesis científicas y filosóficas clásicas, y algunas precisiones y comentarios que completan el texto.

Comencemos con las estructuras posibles de los diálogos cooperativos. Éstos comienzan con alguna de las dos formas siguientes, en las que **P** es el proponente y **O** el oponente:

O	**P**
	t (tesis inicial)
(ataque a ***t***) ?	**f**(***t***) (defensa de ***t***)

O	**Pç** ::
	t (tesis inicial)
(ataque a ***t***) ?	...
	O? (ataque a alguna tesis de **O**, p. ej. a una hipótesis previa de **O**)

Son las dos formas generales de defensa de que dispone **P**. En la primera **P** defiende su tesis inicial proponiendo el fundamento **f**(***t***) para ***t*** como respuesta a un ataque ? del oponente **O**. En la segunda **P** carece de defensa para su tesis inicial, por lo que ataca alguna hipótesis previa de **O**, si la hubiera (luego, si fuese posible, defenderá su tesis inicial). También hay dos tipos de cuestionamientos de **O**: el cuestionamiento simple ? de arriba, que no asevera ninguna tesis, y el cuestionamiento contradictorio, cuando **O** no sólo cuestiona la tesis ***t*** de **P**, sino que asevera una tesis propia '***s***', que se propone como incompatible con la tesis ***t*** defendida por **P**.

Hay varias reglas de desarrollo, que determinan el tipo de lógica que se funda. **O** tiene una sola opción, atacar la última aserción de **P** o defender su última aserción. Hay una razón inmediata para ello: si **O** pudiese defender todas las veces que quisiera una tesis propia o pudiera atacar cuantas veces quisiera una tesis de **P**, el diálogo se podría tornar infinito, y un diálogo infinito impide fundar cualquier tesis, con lo que la argumentación racional se tornaría imposible. No obstante **O** tiene más posibilidades de ataque y defensa, porque muchas reglas de desarrollo para constantes lógicas ramifican. Cuando una tesis tiene una forma que admite más de un ataque, entonces éste puede ramificar. Las constantes lógicas $\wedge$, $\vee$ y $\rightarrow$ del lado del **O**, ramifican en dos ramas. Los ataques a las partes izquierda y derecha se escriben con I? y D?. Λ ramifica indefinidamente del lado de **P** y V ramifica indefinidamente del lado de **O**.

P tiene varias opciones, pero aquí adoptamos la constructivista, que permite a **P** atacar cualquier aserción anterior de **O**, o defender su última aserción. Estas reglas tienen una justificación precisa, cuya longitud no nos permite exponerla en este resumen (ver texto pp. 190–195).

Un desarrollo dialógico triunfa cuando se da una *homología* en cada una de las ramas de su desarrollo. *Homología* significa que ambos dialogantes afirman lo mismo, y esto puede ocurrir por razones formales o materiales. La lógica formal sólo se desarrolla mediante *homologías formales*.

Las reglas de ataque y defensa para conectores proposicionales y cuantificacionales para *diálogos constructivos* (o *intuicionistas*) ***I*** son:

$$(\wedge\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(A\wedge B) & \ldots \\ A & \mathrm{I?} \end{array} \quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(A\wedge B) & \ldots \\ B & \mathrm{D?} \end{array} \qquad\qquad (\|\wedge)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & A\wedge B \\ \mathrm{I?} \mid \mathrm{D?} & A \mid B \end{array}$$

$$(\vee\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(A\vee B) & \ldots \\ A \mid B & \mathrm{I?} \mid \mathrm{D?} \end{array} \qquad\qquad (\|\vee)_{\mathrm{I,D}}\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & A\vee B \\ ? & A \end{array} \quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & A\vee B \\ ? & B \end{array}$$

$$(\Lambda\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(\Lambda_x A(x)\ \ldots & \\ A(n) & n?\ [\text{para cada n}] \end{array} \qquad\qquad (\|\Lambda)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & \Lambda_x A(x) \\ & n\ A(n)[\text{para cada } n] \end{array}$$

$$(\mathrm{V}\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(\mathrm{V}_x A(x) & \ldots \\ A(n) & n?\ [\text{para cada } n] \end{array} \qquad\qquad (\|\mathrm{V})_n\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & \mathrm{V}_x A(x) \\ ? & A(n) \end{array}$$

$$(\rightarrow\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(A\rightarrow B) & \ldots \\ \mid B & A? \mid \end{array} \qquad\qquad (\|\rightarrow)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & A\rightarrow B \\ A? & B \end{array}$$

$$(\neg\|)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma(\neg A) & \ldots \\ & A? \end{array} \qquad\qquad (\|\neg)\quad \begin{array}{l\|l} \Sigma & \neg A \\ A? & \end{array}$$

Consideremos la defensa del principio de no contradicción **pnc** $\neg(A\wedge\neg A)$ que damos a continuación en forma paramétrica:

	O	**P**	
		$\neg(A\wedge\neg A)$	0
1(0)	$A\wedge\neg A$?	...	
3[1]	A	I?	2(1)
5[1]	$\neg A$	D?	4(1)
		$\underline{\underline{A?}}$	6(5)**3**

La jugada 0 de **P** pone la tesis. En su jugada l(0) **O** ataca la tesis negativa de **P**, de acuerdo con la regla para la negación, con '$A\wedge\neg A$'. El proponente, según esas reglas, no puede defender 0, porque sería una defensa material, de modo que sólo puede atacar la contradicción que afirma el oponente en 1(0). Eso lo hace cuestionando **sucesivamente**, **en la misma rama del diálogo**, **dos veces la misma fbf.** 1(0) con I? en la jugada 2(1) y con D? en la jugada 4(1). A esos ataques responde el oponente sucesivamente con las jugadas 3[1] A y 5[1] $\neg A$. Finalmente el proponente ataca 5[1] repitiendo formalmente 3[1] con A? en 6(5)**3**, donde **3** indica que esa aserción de **P** sólo repite lo ya concedido por **O** en 3[1]. Eso establece la homología formal, por lo que el diálogo, que tiene una sola rama, clausura formalmente. Esta forma fuerte del **pnc** sólo se puede ganar en los juegos dialógicos que permitan al proponente atacar una aserción cualquiera del oponente y no solamente su última aserción: estos son precisamente los juegos con las reglas intuicionistas y clásicas.

Si no permitiésemos más que un ataque de **P** a una aserción de **O** en una rama del desarrollo, entonces no podríamos defender formalmente **pcn** y el cálculo resultante sería paraconsistente. En él una no–contradicción sólo se podría defender con una homología material.

De este modo se desarrollan los principales sistemas lógicos, conforme a reglas que permiten demostrar tesis que satisfacen las estructuras de objetos construidos de dominios determinados. El sistema dialógico constructivo o intuicionista es el más adecuado a los sistemas de objetos matemáticos habituales y las ciencias en general.

Con esto concluimos nuestra exposición, recordando que ella es sólo un pantallazo sucinto del contenido del libro. Quienes quieran tener una visión más precisa pueden recurrir al original, que está entre las publicaciones de la Academia, o ver allí el libro digital siguiente, más técnico y extenso: ROETTI, Jorge Alfredo: *REGLAS Y DIÁLOGOS. UNA DISCUSIÓN LÓGICA*, Buenos Aires: ANCBA, 2016, e-book, 432 pp.[1]

[1]URLhttp://www.ciencias.org.ar/user/Roetti%202016%2002%2005%20Reglas%20y%20diálogos.%20Una%20discusión%20lógica.pdf **Resumen**. Instrumentos. Teoría y metateoría de los cuadros analíticos. Deducción natural y cálculos secuenciales. El teorema fundamental de los cálculos secuenciales y sus aplicaciones: consistencia de los cálculos clásico e intuicionista de primer orden. Problemas de decisión. Funciones recursivas, aritmética de Peano y su consistencia, sin y con axioma de inducción. Lógica de diálogos, tipos de clausura, identidad y homología. Paradojas y ley de Peirce. Principio de Marcov. Diálogos y razón. Principio del silogismo. Silogismos dialécticos y científicos. El sistema de la ciencia según el fundamento. La razón en ciencia y en filosofía. Las diversas formas de fundamentación en matemática. Consistencia, verdad y verosimilitud en matemática. Los principios lógicos. Razón suficiente e insuficiente. Argumentos y métodos.

JORGE A. ROETTI

Notas introductorias a la lógica cooperativa

1. Preliminares

Somos animales simbólicos, decía Ernst Cassirer (*1874–†1945). Entre los instrumentos simbólicos de que disponemos, el lenguaje coloquial y sus derivados, extensiones y especializaciones son los instrumentos principales que han desarrollado los seres humanos.

Ciertamente no son instrumentos perfectos. Tienen muchos defectos, especialmente cuando setrata de proponer tesis comprensibles por los dialogantes o cuando procuramos obtener nuevas tesis a partir de otras ya conocidas. Algunos de estos defectos serán tratados en esta introducción. Consideremos, por ejemplo, las siguientes expresiones que escuchamos en una conferencia de algún intelectual:
"Densidad histórica."
"Espesor del compromiso histórico".

Son expresiones altisonantes, o "impresionantes", que cautivan a muchos oyentes, pero ¿qué nos dicen? ¿Significan algo? La primera posiblemente sí. Tal vez quiera decir que enuna breve duración histórica han ocurrido muchos acontecimientos que provocaron cambios políticos o sociales "importantes", aunque el orador no haya aclarado nunca que queríasignificar eso. La segunda es más misteriosa. No le pudimos encontrar ningún significado adecuado. Sin embargo lo más interesante de la situación fue que ningún miembro de la audiencia preguntó por el sentido de las mismas. ¿Habrán creído estar en presencia de un discurso "profundo" y difícil, que escapaba a su comprensión, y evitaron preguntar porque no querían pasar por ignorantes o tontos? ¿O simplemente eran tímidos? No lo sabemos. Pero sinduda habríamos podido preguntar al conferencista ¿qué entendía por tales expresiones? Y él podría habernos respondido que por 'densidad histórica' entendía '…' y por 'espesor del compromiso histórico' entendía '…' Entonces estaríamos al menos ante "nociones" que, si acordáramos en el sentido de cada una de sus expresiones, nos permitirían comprender esas expresiones retóricas altisonantes. Muchos ejemplos del mayo francés del '68 son igualmente ilustrativos. Por ejemplo la consigna "*L'imagination au pouvoir*" (La imaginación al poder).O el enunciado "categórico" "*L'ennui est contre-révolutionnaire*" (El aburrimiento es contrarrevolucionario). O el oxímoron normativo "*Il est interdit d'interdire*." (Está prohibido prohibir). O el consejo contradictorio "*Soyez réalistes, demandez l'impossible*" (Sed realistas, pedid lo imposible). O la pseudoinferencia con aspecto de retruécano "*Je tiens mes désirspour réalité, parce que je crois à la réalité de mes désirs*" (Tomo mis deseos por realidad, pues creo en la realidad de mis deseos). Estas trivialidades muchas veces incoherentes se presentan como inteligentes y convincentes. Pero sólo son retórica … y no muy buena.

Obsérvense los siguientes recursos retóricos que los consumidores encuentran en las propagandas de algunos artículos:
1. En una caja de una marca de jabón de tocador: INDICACIONES: UTILIZAR COMO JABÓN NORMAL (¿Existen jabones anormales, no–normales, semi–normales? ¿Es preciso explicar cómo se debe usar una barra de jabón?)
2. En algunas comidas congeladas: SUGERENCIA PARA SERVIR: DESCONGELAR PRIMERO. (A alguna persona ¿se le ocurriría comerlo congelado?)
3. En una tira de luces de Navidad fabricada en China: SOLO PARA USAR EN EL INTERIOR O EN EL EXTERIOR. (¿Tiene otra posibilidad de uso una tira de luces?)
4. Otro tanto ocurre en algunas noticias de policiales: AL RESISTIRSE AL ROBO, FUE BALEADO POR EL LADRÓN QUE HUYÓ, DEJÁNDOLO MALHERIDO. (¡Pobre hombre! Al menos podrían haberlo herido bien).

Con el afán de causar un impacto mayor con la noticia, se recurre a expresiones retóricas incluso absurdas.

Los problemas retóricos y de comprensión se cuelan de múltiples maneras en los discursos cotidianos. Ello no es tan importante cuando se trata de discursos que no pretenden transmitir verdades o verosimilitudes, ni deducirlas, como es el caso en los discursos no informativos, como preguntas, órdenes o exclamaciones. Pero cuando se trate de expresar o deducir verdades o verosimilitudes deberemos exigir que el lenguaje que usemos sea adecuado para esas tareas, aunque sea retóricamente pobre. La reconstrucción de los lenguajes adecuados para esas tareas y otras semejantes se encuentran entre las tareas de la lógica. De ellas nos ocuparemos a continuación.

2. Nociones de la lógica

Para comenzar este curso de lógica elemental consideraremos informalmente la noción de lógica y un conjunto de nociones emparentadas, junto con abreviaturas útiles y una notación elemental que nos permitirá comenzar el estudio de la lógica clásica de primer orden. Se recomienda al lector tener a mano las páginas dedicadas a la notación. Tambiénconsideraremos aquí algunas condiciones que debe cumplir un lenguaje para que se pueda entablar mediante él un diálogo cooperativo (es decir, no polémico) que merezca el nombre delenguaje lógico.

Si se nos pregunta qué es la lógica, podemos responder de diversas maneras. Las frases quesiguen no merecen el nombre de "definiciones". Las denominamos 'caracterizaciones' o'nociones'. Avancemos tres de ellas:

1**.'La lógica es la doctrina de la verdad formal'**

Groseramente podemos decir que una verdad es formal cuando es independiente del contenido del discurso. La caracterización '1' es una caracterización "semántica" de la lógica. Ejemplos de verdades formales son los clásicos principios de no contradicción, "No es el casode que *A* y no *A*", y de tercero excluido, "O bien *A*, o bien no *A*", donde '*A*' es un enunciado cualquiera. El principio de identidad puede considerarse una verdad formal, pero también una forma primitiva inevitable de deducción.

2. 'La lógica es la doctrina de la consecuencia o deducción "correcta" por su forma'

Esto requiere una aclaración más cuidadosa que daremos más abajo. Aquí adelantemos solamente que esta caracterización de la lógica es preponderantemente "sintáctica".

3. 'La lógica es la doctrina del diálogo cooperativo'

Esta caracterización es fundamentalmente "pragmática". En este curso no insistiremos en esa importante concepción pragmática de la lógica, sino en las dos primeras concepciones, y muy especialmente en el segundo sentido, que hemos denominado sintáctico y que, en palabras de la lógica tradicional escolástica, reza:

2'. 'Lógica es la doctrina *consequentiae bonae*
de forma'. ('La lógica es la doctrina de la consecuencia (o deducción en sentido amplio) buena (o correcta) por la forma'.) Entendemos esta caracterización cuando sabemos qué significa 'consecuencia' o 'deducción', 'buena' o 'correcta' y 'por la forma'. Aclaremos estas nociones:

La consecuencia o deducción es un proceso por el cual, mediante una o más reglas de transformación o deducción, a partir de una o más premisas se deduce una conclusión. Las reglas de transformación o deducción se darán explícitamente más abajo, pero son semejantes a las de la suma, el producto, la división y otras de la aritmética elemental.

Una consecuencia o deducción es correcta (o "buena") cuando su(s) regla(s) de deducción es (son) tal(es) que de premisas verdaderas se deduce una conclusión verdadera[1]. Es decir, sólo prohíbe que de premisas verdaderas se concluya una deduzca falsa (las restantesposibilidades: todas las premisas verdaderas y conclusión verdadera, al menos una premisa falsa y conclusión verdadera, y al menos una premisa falsa y conclusión falsa son compatiblescon nuestra noción de deducción correcta o "buena"). Hay otras deducciones correctas, pero las más simples de comprender, y tal vez las más importantes, son las que aseguran que **la conclusión herede la verdad de las premisas**.

[1] Hay formas más débiles de corrección o bondad de una consecuencia, como la de exigir que si sus premisas son verosímiles, o defendibles, se siga que la conclusión también lo sea. Estos tipos más débiles de corrección no serán considerados en este libro.

Pero ¿qué significa 'por la forma'. La filosofía, la matemática, la física y tantas otras ciencias, en la medida en que están bien construidas, contienen consecuencias correctas, pero que no dependen de su "forma". Por ejemplo, si tengo las siguientes premisas:

(I) *abc* es un triángulo rectángulo en un plano euclidiano.
Los catetos de *abc* son de longitud a y b.

Conclusión: Por lo tanto la longitud de la hipotenusa c es la raíz cuadrada positiva de a^2+b^2.

Esta conclusión depende del **contenido** geométrico de sus premisas y no se obtiene a partir de la "mera forma o estructura" de ellas. No es por lo tanto una deducción completamente "*formal*" y por eso no pertenece a la lógica. Veamos otro ejemplo de deducción correcta no formal:

(II) Hay 136 cajas de naranjas.
Cada una de esas cajas contiene al menos 140 naranjas.
Ninguna de esas cajas contiene más de 166 naranjas

Conclusión: Luego, hay al menos 6 cajas que contienen el mismo número de naranjas[2].

La lógica se ocupa de la "forma" o estructura de las expresiones y de sus transformaciones,prescindiendo en lo posible de todo contenido informativo. Por ello es la doctrina más"formal" o abstracta (= sin contenido). Y por ello es de aplicación universal: se usa en todo dominio de conocimiento en el que sea preciso deducir nuevas verdades (o verosimilitudes) a partir de verdades (o verosimilitudes) ya admitidas. Un ejemplo tradicional de deducción correcta cuya conclusión depende sólo de su estructura es el siguiente:

(III) Todos los atenienses son griegos.		Todo A es G.
Sócrates es ateniense.	Esquemáticamente:	s es A.
Luego, Sócrates es griego.		Luego, s es G.

En el esquema a la derecha nos olvidamos qué significan abreviaturas como A, G, s, y advertimos que, independientemente de lo que digan, si las premisas fuesen verdaderas,entonces la conclusión también lo sería. Otro ejemplo sería el siguiente (por *reducción al absurdo* que abreviaremos '*raa*'):

(IV) Si sé que estoy muerto, entonces estoy muerto.	Si p, entonces q	$p \to q$
Si sé que estoy muerto, entonces no estoy muerto.	Si p, entonces no q	$p \to \neg q$
Luego, no sé que estoy muerto.	Luego, no p	$\neg p$

La *raa* (IV) la podemos abreviar de la siguiente manera, de la cual daremos una explicación adecuada cuando consideremos la lógica (constructiva o clásica) de enunciados:

(V) Si sé que estoy muerto, entonces no sé que estoy muerto.	Si p, entonces no p	$p \to \neg p$
Luego, no sé que estoy muerto.	Luego, no p	$\neg p$

[2] Los tipos de cajas posibles son 27 (ésta es la "dispersión" del número de naranjas entre 140 y 166 que puede haber entre las cajas). A partir de aquí se usa el "principio de los casilleros" de Lejeune-Dirichlet. Tratemos de hacer falsa la conclusión. Para ellos elijamos una caja de cada tipo, eso hace 27 cajas. Luego agreguemos una segunda caja de cada tipo, eso hace otras 27 cajas, y así siguiendo hasta llegar a 5·27 = 135 cajas de naranjas. Pero hay 136 cajas. Entonces hay otra caja más que tendrá un número de naranjas entre 140 y 166. Por lo tanto hay al menos 6 cajas con el mismo número de naranjas.

3. Algunos problemas de la lógica

La lógica intenta responder algunas preguntas muy generales, como las siguientes:

1. ¿**Por qué algunas figuras de deducción son formalmente correctas**? (problema de la esencia de la noción de deducción formal correcta).

2. ¿**Cuáles son los criterios para distinguir las figuras de deducción formalmente correctasde las que no lo son**? (problema de decisión entre deducciones formalmente correctas e incorrectas).

3. ¿**Se puede obtener, a partir de unas pocas figuras de deducción iniciales formalmente correctas, algunas nuevas figuras tales, o incluso todas las posibles de tal especie**? (problemade la construcción de una teoría lógica de reglas de deducción (natural), o de sistemasaxiomáticos, o de diálogos cooperativos, etc. y problema de "completitud" de esos sistemas).

Para responder estas preguntas se requiere previamente un lenguaje confiable. Esto ya lo intentó Aristóteles cuando comenzó a elaborar, a partir del lenguaje coloquial, un "ortolenguaje", como lo muestran innovaciones tales como (1) la introducción de variables, (2) la determinación de reglas formales correctas en su silogística asertórica y modal, (3) el uso implícito de una lógica proposicional en silogística, (4) la demostración de la incorreccióncon contraejemplos y (5) la construcción de parte de la silogística como primer sistema axiomático (analítico).

4. Algunas nociones básicas

Los lenguajes coloquiales o "naturales" son mucho más ricos que los lenguajes artificiales que estudiaremos en este curso. Por ejemplo contienen expresiones tales como:

1– *Verde lo casa con*.
2– *La virtud es pero.*
3– *La virtud no es pero*.
4– *El número tres es feliz*.
5– *El número 13 es múltiplo de lámparas de neón*.
6– *Ideas verdes incoloras duermen furiosamente*.
7– *Estoy medio sentado*.
8– *Estoy medio adentro* (*afuera*).
9– *Las fresas son rojas*.
10– *Bric es un perro Dobermann*.
11– *Si Bric es un perro Dobermann, entonces Bric es un perro Dobermann*.
12— *Si Bric es un perro, entonces Bruc es un gato*.
13– ¡*Cómo como en Como*![3].
14– *Como pienso como pienso, no como pienso*[4].
15– *Sócrates es ateniense*.
16– ¡*Quien no quiera trabajar que no coma*![5].

Y muchas otras. Cada una de las expresiones anteriores tiene sus peculiaridades. De 1 a 3 son expresiones sin sentido por transgredir reglas de la sintaxis española. Las expresiones 4 a 6 no se puede negar que sean

[3]Es decir: ¡*Cómo* (adverbio exclamativo) *como* (verbo) *en Como* (nombre de ciudad)! Un conocido ejemplo inglés es: *Rose* (nombre propio) *rose and picked* (verbos) *a rose* (nombre común). V. Epstein 1990, cap. I, p. 4.
[4] Es decir: *Como* (puesto que: conjunción causal) *pienso* (verbo) *como* (de tal manera: adverbio modal) *pienso* (verbo), *no* (adverbio) *como* (verbo) *pienso* (nombre común).
[5] Esto proviene de San Pablo, *2ª. Epístola a los Tesalonicenses*, 3, 10. Todas las lenguas del mundo cristiano tienen proverbios semejantes. Por ejemplo el ruso con "Кто не работает, тот не ест!" (Kto nie rabótaiet, tot nie iest: quien no trabaja, ése no come), y así en cada lengua. Es una de las máximas morales contra la holganza. En cambio el clientelismo romano y el populismo contemporáneo promueven la holganza, porque les crea dependientes que les dan a cambio sus votos y su presencia como muchedumbre amenazante.

oraciones declarativas, pues respetan las reglas **sintácticas**, pero no las reglas **semánticas** entre sus términos: esas relaciones son tan extrañas que muchos estarán tentados de declararlas sinsentidos. 7 y 8 son oraciones sintáctica y semánticamente correctas, pero no sabemos si son verdaderas o falsas, pues no sabemos muy bien qué decimoscon 'medio sentado', 'medio adentro' y 'medio afuera' (problema de la imprecisión o **vaguedad**). En el caso de 9, 10, 11 y 12 no tenemos dudas de encontrarnos con oraciones, las dos primeras declarativas y las dos últimas condicionales o hipotéticas, pero en tanto que estamos ciertos de que 11 es forzosamente verdadera (a eso llamaremos 'tautología'), no sabemos en cambio si 12 es verdadera o falsa (para ello deberíamos saber si el antecedente y el consecuente de la implicación son verdaderas, falsas, etc., tema que analizaremos más abajo). Por otra parte el ser rojo de las fresas es una propiedad discutible, pues 'rojo' es un signo que no tiene límites de aplicación precisos (**vaguedad**). 13 y 14 son expresiones que respetan la sintaxis y la semántica del lenguaje, pero podemos no entenderlas si no distinguimos los diferentes sentidos de las expresiones 'como', 'cómo' y 'pienso' (problema de la **ambigüedad**). 13 es una oración exclamativa y 14 una declarativa causal. Sólo 15 es una oración declarativa que cumple todas las reglas sintácticas y semánticas y carece de losdefectos que llamamos vaguedad y ambigüedad (en el dominio del discurso filosófico). 16 es un proverbio ruso y de otras tradiciones que no es una oración declarativa, pues expresa una **máxima para la acción** o incluso una **norma**. Los ejemplos anteriores nos alertan sobre dos cosas: (1) que el lenguaje coloquial presenta dificultades que complican la comprensión o producen incluso el sinsentido y (2) que un lenguaje, como un juego y como debería ser la política e incluso la guerra, es siempre un sistema de signos con reglas sintácticas, semánticas y pragmáticas. Las reglas pueden modificarse más o menos rápidamente, pero la comunicación implica la comunidad de reglas: sin reglas comunes no hay lenguaje ni comunicación.

Un lenguaje lógico será mucho más pobre que nuestro lenguaje coloquial, pero procurará evitar las dificultades señaladas arriba y varias otras. Algunas expresiones que estudiaremos serán 'enunciados', 'funciones de enunciados' (o 'funciones proposicionales'), 'términos', 'variables', 'parámetros', 'constantes', las relaciones de "consecuencia" o "deducibilidad" entre expresiones y otras muchas. Comenzamos con algunas definiciones para aproximar las nociones de **enunciado** y de **función de enunciado**:

D.1. Enunciado es una oración declarativa que *puede* ser verdadera o falsa.
Consideremos algunos ejemplos:

> 'La matemática es difícil (es decir, requiere atención, comprensión de estructuras yesfuerzo), pero es necesaria.'
> 'Navidad cae el 1° de enero de cada año.'
> 'El general don José de San Martín murió el 17 de agosto del año 1850.' 'Con ayuda de la nanotécnica se contribuirá a curar el cáncer.'

D.2. Funciones de enunciados (o **funciones proposicionales)** son expresiones que se transforman en enunciados cuando se realizan sobre ellas algunas de las dos operaciones siguientes:
(1) se reemplazan las variables por constantes y/o
(2) se "cuantifican" las variables.

Por ejemplo:

'… ama a Julieta'

es una función proposicional en la que '…' es un lugar vacío que puede ser llenado por una constante o nombre propio. Ese lugar vacío, llamado también '*lugar de argumento*' se simboliza habitualmente con una "*variable de individuo*", como '*x*':
'*x* ama a Julieta.'

Esta función de enunciado se transforma en enunciado de las dos maneras siguientes:
'Romeo ama a Julieta'- es decir reemplazando la variable por un nombre propio, o
'Todos aman a Julieta'- "cuantificando" universal o existencialmente la variable
'Alguno ama a Julieta'-
'Nadie ama a Julieta'.

Estos temas los estudiaremos con más detalle en los capítulos del libro dedicados a lalógica "de predicados" o "cuantificacional". También los términos y otros temas de la lógica clásica los estudiaremos en capítulos posteriores, pero podemos adelantar que los **nombres propios**, los **nombres comunes**, las **descripciones**, etc., son términos. 'Romeo', 'Julieta','Tristán', 'Isolda', 'Abelardo' y 'Eloisa', etc. son nombres propios, en tanto que 'varón', 'mujer', 'caballo', 'piedra', etc. son nombres comunes, y 'el caballero manchego de la triste figura', 'el autor de El Ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha', etc. son descripciones. Y todos ellos son términos del lenguaje coloquial. Pero el lenguaje coloquial, si bien es extraordinariamente rico en capacidad expresiva, también es muy impreciso, y lo es de varias maneras, sintáctica y semánticamente, y no permite reconocer fácilmente la estructura "lógica" u "ontológica" de las entidades de las que hablamos. Y además no es "económico".

Una manera de evitar esas imprecisiones se logra mediante lenguajes artificiales, como se usa desde hace siglos en la matemática y también en la mayoría de las ciencias, inclusive en las filosóficas, como acontece con la lógica desde hace unos ciento cincuenta años. A continuación presentaremos un lenguaje artificial para la lógica clásica (y constructiva) de primer orden. Una presentación resumida de este lenguaje y del restante lenguaje lógico- matemático que utilizaremos en el libro se encuentra en las páginas de notación que precede al texto.